

第4讲 与圆有关的计算

一、圆与正多边形

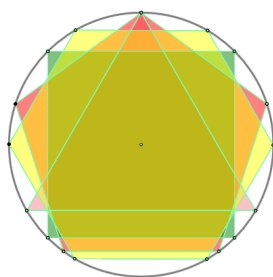
知识回顾：

正多边形的定义：各边相等，各角也相等的多边形，叫做正多边形

正 n 边形一个内角度数： $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

正 n 边形一个外角度数： $\frac{360^\circ}{n}$

正多边形和圆的关系非常密切，只要把一个圆分成相等的一些弧，连接相邻等分点就可得到正 n 边形。



1. 圆内接正多边形相关概念

圆内接正多边形的概念

顶点都在圆上的正多边形叫做圆的_____，这个圆叫做这个正多边形的_____。

正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的_____。

正多边形的_____的半径叫做正多边形的半径。

正多边形每一边所对的_____角叫做正多边形的_____。

中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的_____。

【备注】（1）顶点都在圆上的正多边形叫做**圆的内接正多边形**，这个圆叫做这个正多边形的外接圆。

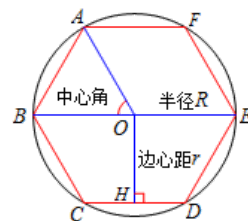
（2）正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的**中心**，

（3）正多边形的外接圆的半径叫做正多边形的**半径**，

（4）正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的**中心角**，

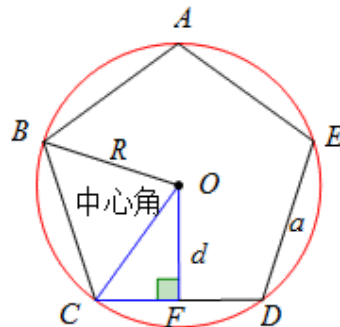
（5）中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的**边心距**。

例如：如图，点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心， $\angle AOB$ 为中心角， OA 、 OB 、 OE 为正六边形 $ABCDEF$ 的半径， OH 为正六边形 $ABCDEF$ 的边心距。



2. 圆内接正多边形的相关计算

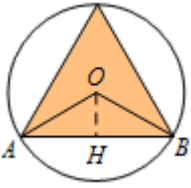
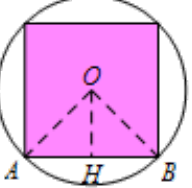
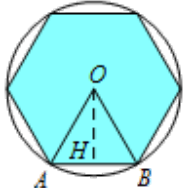
- (1) 正 n 边形中心角的求法：中心角 $\angle BOC = \frac{360^\circ}{n}$.
- (2) 正 n 边形的边心距的求法：边心距 $d = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$.
- (3) 正 n 边形的面积的求法： $S = \frac{1}{2}ld = \frac{1}{2}nad$.
 (l 是正多边形的周长， $l = na$)



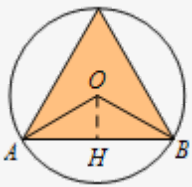
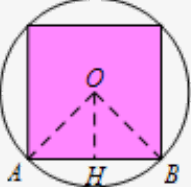
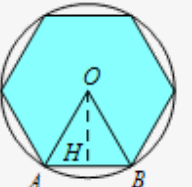
【备注】 在进行正多边形相关的计算时由正多边形的半径、边心距、边长的一半构成的直角三角形 $Rt\triangle OCF$ 是计算的关键，类似垂径定理的应用。

3. 特殊正多边形相关计算的结论

半径为 R 的圆内接正多边形：

	正三角形	正方形	正六边形
图形			
中心角			
边心距			
边长			
边心距：半径：边长			
周长 C			
面积 S			

【备注】

	正三角形	正方形	正六边形
图形			
中心角	120°	90°	60°
边心距	$\frac{1}{2}R$	$\frac{\sqrt{2}}{2}R$	$\frac{\sqrt{3}}{2}R$
边长	$\sqrt{3}R$	$\sqrt{2}R$	R
边心距：半径： 边长	1：2：2√3	1：√2：2	√3：2：2
周长 <i>C</i>	3√3 <i>R</i>	4√2 <i>R</i>	6 <i>R</i>
面积 <i>S</i>	$\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$	2 <i>R</i> ²	$\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$

🍎 举个“栗”子

📊 栗子1

1. 以半径为2的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形，则该三角形的面积是 () .
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

【备注】 根据特殊正多边形半径与边心距的关系，求出三角形三边关系判断三角形形状后，求面积

【答案】 A

【解析】 如图1，

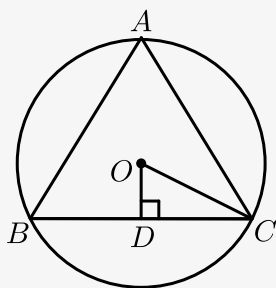


图 1

$$\because OC = 2,$$

$$\therefore OD = 2 \times \sin 30^\circ = 1.$$

如图2，

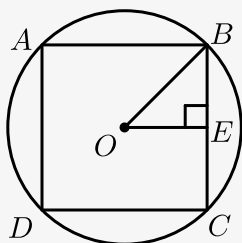
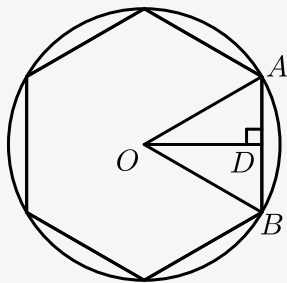


图 2

$$\because OB = 2,$$

$$\therefore OE = 2 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2}.$$

如图3，



$$\because OA = 2,$$

$$\therefore OD = 2 \times \cos 30^\circ = \sqrt{3},$$

则该三角形的三边分别为： $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ ，

$$\therefore (1)^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2,$$

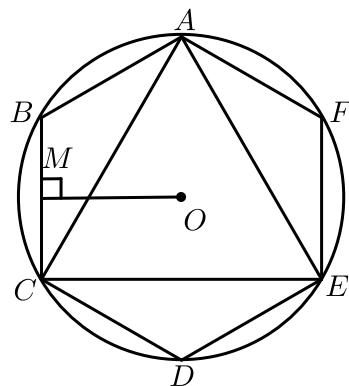
$\therefore$ 该三角形是直角三角形，

$$\therefore \text{该三角形的面积是：} \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

栗子2

2. 如图，已知 $\odot O$ 的内接六边形 $ABCDEF$ 的边心距 $OM = 2$ ，则该圆的内接正三角形 ACE 的面积为（ ）.



A. 2

B. 4

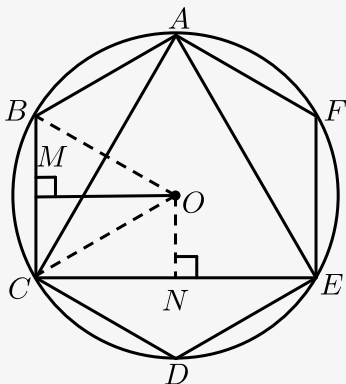
C. $6\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{3}$

【备注】先根据 $\odot O$ 内接正六边形的边心距求出 $\odot O$ 的半径，再利用 $\odot O$ 的半径求出内接正三角形的边长

【答案】 D

【解析】如图所示，



连接 OC 、 OB ，过 O 作 $ON \perp CE$ 于 N ，

$\therefore$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$$\therefore \angle COB = 60^\circ,$$

$$\therefore OC = OB,$$

$\therefore \triangle COB$ 是等边三角形 ,

$\therefore \angle OCM = 60^\circ$,

$\therefore OM = OC \cdot \sin \angle OCM$,

$\therefore OC = \frac{OM}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3} (\text{cm})$,

$\therefore \angle OCN = 30^\circ$,

$\therefore ON = \frac{1}{2} OC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $CN = 2$,

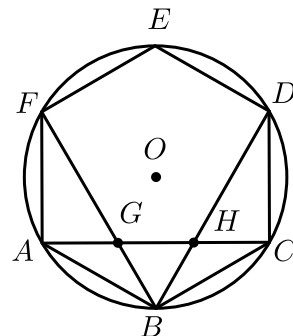
$\therefore CE = 2CN = 4$,

$\therefore$ 该圆的内接正三角形 ACE 的面积 $= 3 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$.

故选 D .

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

3. 如图 , 在圆内接正六边形 $ABCDEF$ 中 , BF , BD 分别交 AC 于点 G , H . 若该圆的半径为 15cm , 则线段 GH 的长为 () .



A. $\sqrt{5}\text{cm}$

B. $5\sqrt{3}\text{cm}$

C. $3\sqrt{5}\text{cm}$

D. $10\sqrt{3}\text{cm}$

【备注】 根据 $\angle GAB = \angle ABG = 30^\circ$, 可得 $AG = GB$; 由 $\angle GBH = \angle BGH = 60^\circ$, 得 $\triangle GBH$ 为等边三角形 , 则 $GB = GH$

【答案】 B

【解析】 $\therefore$ 在圆内接正六边形 $ABCDEF$ 中 , $AB = AF = BC = CD$,

$\angle BAF = \angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$,

$\therefore \angle AFB = \angle ABF = \angle BAC = \angle ACB = \angle CBD = \angle BDC = 30^\circ$,

$\therefore AG = BG$, $BH = CH$,

$\therefore \angle GBH = \angle BGH = \angle BHG = 60^\circ$,

$\therefore AG = GH = BG = BH = CH$,

连接 OA 、 OB , OB 交 AC 于 N ,

则 $OB \perp AC$, $\angle AOB = 60^\circ$,

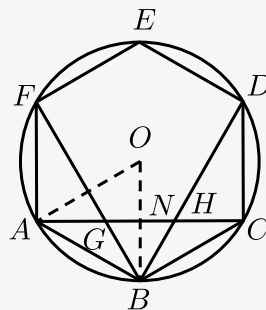
$\therefore OA = 15\text{cm}$,

$$\therefore AN = \frac{\sqrt{3}}{2}OA = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm}),$$

$$\therefore AC = 2AN = 15\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\therefore GH = \frac{1}{3}AC = 5\sqrt{3}(\text{cm}).$$

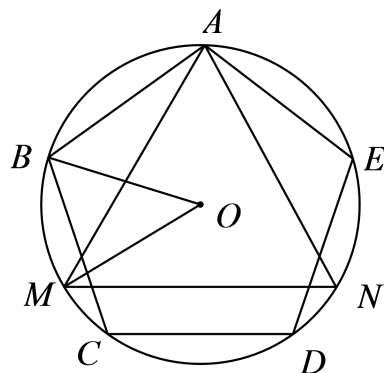
故选B.



【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

栗子3

4. 如图，正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 AMN 都是 $\odot O$ 的内接多边形，则 $\angle BOM =$ _____ .



【备注】先求出圆内正五边形的中心角 $\angle AOB$ 、正三角形 $\angle AOM$ 的度数，则
 $\angle BOM = \angle AOM - \angle AOB$

【答案】 48°

【解析】连接 OA ,

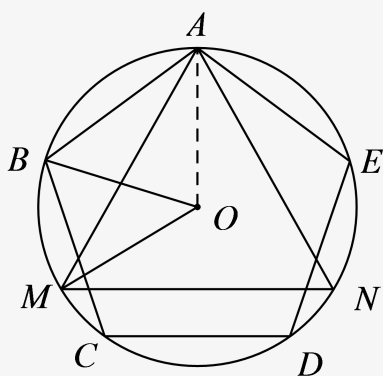
$\because$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形,

$$\therefore \angle AOB = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$$

$\because \triangle AMN$ 是正三角形,

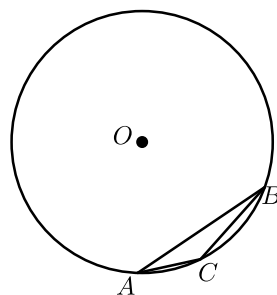
$$\therefore \angle AOM = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOM = \angle AOM - \angle AOB = 48^\circ.$$



【标注】【知识点】正多边形的中心与中心角

5. 如图， A, B, C 在 $\odot O$ 上， AB 是 $\odot O$ 内接正六边形的一边， BC 是 $\odot O$ 内接正十边形的一边，若 AC 是 $\odot O$ 内接正 n 边形的一边，则 n 等于（ ）.



- A. 12 B. 15 C. 18 D. 20

【备注】先根据圆内接多边形的中心角，求出 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 的度数，然后根据 $\angle AOC$ 的度数推出 n 的值

【答案】B

【解析】连接 OC, AO, BO ,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 内接正六边形的一边，

$\therefore \angle AOB = 360^\circ \div 6 = 60^\circ$,

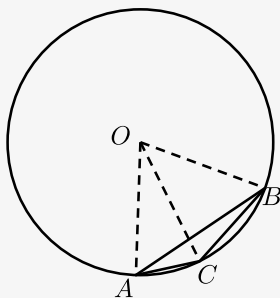
$\because BC$ 是 $\odot O$ 内接正十边形的一边，

$\therefore \angle BOC = 360^\circ \div 10 = 36^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 60^\circ - 36^\circ = 24^\circ$,

$\therefore n = 360^\circ \div 24^\circ = 15$.

故选B.



【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

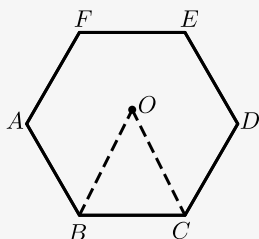
栗子4

6. 已知正六边形的半径是3，则这个正六边形的边长是 _____ 。

【备注】正多边形外接圆的半径叫正多边形的半径

【答案】3

【解析】如图所示，连接 OB 、 OC 。



$\therefore$ 此六边形是正六边形，

$$\therefore \angle BOC = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore OB = OC = 3,$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形，

$$\therefore OB = OC = BC = 3.$$

故答案为：3。

【标注】【知识点】正多边形的半径与边心距

7. 正六边形的内切圆与外接圆半径之比是（ ）。

A. $\sqrt{2}:2$

B. $1:2$

C. $\sqrt{3}:3$

D. $\sqrt{3}:2$

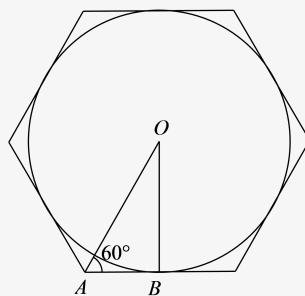
【备注】设正六边形的边长为 a ，求出其内切圆与外接圆的半径

【答案】D

【解析】正六边形的内角和 $= (6 - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$ ，由图可知， OA 是外接圆半径， OB 是内切圆半径，

$$\therefore \frac{OB}{OA} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故选：D.



【标注】【知识点】正多边形与圆的综合

二、圆中计算

1. 弧长公式

思考：我们知道，弧是圆的一部分，弧长就是圆周长的一部分．想一想，如何计算圆周长，圆的周长可以看作是多少度的圆心角所对的弧长？那么 1° 的圆心角所对的弧长是多少？ n° 的圆心角呢？

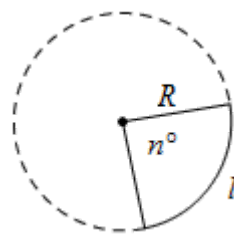
- 【备注】
- (1) 引导学生思考小学学过的圆的周长公式： $C = 2\pi r$ 或 $C = 2\pi r$.
 - (2) 由周角为 360° 可以知道圆的周长是 360° 的圆周角所对的弧 .
 - (3) 1° 的圆心角所对的弧为： $2\pi r \frac{1}{360} = \frac{\pi r}{180}$ 或 $2\pi r \frac{1}{360} = \frac{\pi r}{180}$.
 - (4) n° 的圆心角所对的弧为： $2\pi r \frac{n}{360} = \frac{n\pi r}{180}$ 或 $2\pi r \frac{n}{360} \times n = \frac{n\pi r}{180}$.

由上面的思考题，我们知道求一段弧的长度，就是求这段弧包括几个 1° 的圆心角所对的弧长 .

弧长公式： $l = \frac{n\pi R}{180}$ (n 为圆心角的度数， R 为圆的半径) .

！注意：

- ①圆心角的单位若不全是“度”，一定要化为“度”再代入公式；
- ②公式中的三个未知量 l 、 n 、 R 只要知道两个就可以求出第三个，从而可以推得圆心角的计算公式为： $n = \frac{180l}{\pi R}$.
- ③公式里的180、 n 在弧长计算公式中表示倍分关系，没有单位 .



栗子5

8. 在半径为3的圆中， 150° 的圆心角所对的弧长为() .

A. $\frac{15}{4}\pi$

B. $\frac{15}{2}\pi$

C. $\frac{5}{4}\pi$

D. $\frac{5}{2}\pi$

【备注】直接利用弧长公式求解

【答案】D

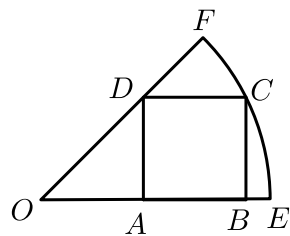
【解析】方法一：本题考查弧长公式运用．

方法二：

$$l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{150 \times \pi \times 3}{180} = \frac{5}{2}\pi .$$

【标注】【知识点】弧长公式

9. 如图，边长为2的正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在扇形 OEF 的半径 OE 、 OF 和弧 $\widehat{EF}$ 上，且点 A 是线段 OB 的中点，则弧 $\widehat{EF}$ 的长为（ ）．



A. $\frac{\sqrt{5}}{5}\pi$

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$

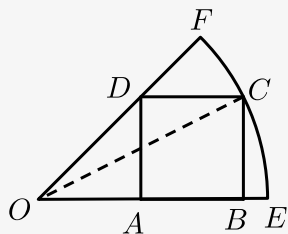
C. $\frac{1}{2}\pi$

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

【备注】先根据 A 为 OB 中点，证明 $\triangle OAD$ 为等腰直角三角形；利用 $Rt\triangle OBC$ 勾股定理求出扇形的半径

【答案】D

【解析】如图，连接 OC ，



$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为2，

$\therefore AB = AD = BC = 2$ ，

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\because$ 点 A 是线段 OB 的中点，

$\therefore OA = AB = 2$ ，

$\therefore OB = OA + AB = 2 + 2 = 4$ ，

$\therefore OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore \angle DAB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OAD = 180^\circ - \angle DAB = 90^\circ$,
 $\therefore OA = AB$, $AD = AB$,
 $\therefore OA = AD$,
 $\therefore \triangle OAD$ 是等腰直角三角形 ,
 $\therefore \angle AOD = 45^\circ$,
 $\therefore l_{\widehat{EF}} = \frac{45\pi \times 2\sqrt{5}}{180} = \frac{\sqrt{5}}{2}\pi$.
 故选D .

【标注】【能力】运算能力

【知识点】弧长公式

栗子6

10. 已知扇形的弧长为 2π , 圆心角为 60° , 则它的半径为 _____ .

【备注】直接利用弧长公式求出半径

【答案】6

【解析】方法一：设半径为 r ,

$$2\pi = \frac{60\pi \cdot r}{180} ,$$

解得： $r = 6$.

故答案为：6 .

方法二：弧长 $l = \frac{n\pi r}{180}$, 则

$$r = \frac{180l}{n\pi} = \frac{180 \times 2\pi}{60\pi} = 6 .$$

方法三：设半径为 r ,

$$\therefore \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = 2\pi ,$$

$$\therefore \frac{1}{3}\pi r = 2\pi ,$$

$$\therefore r = 6 ,$$

$\therefore$ 半径为6 .

【标注】【能力】运算能力

【知识点】弧长公式

11. 半径为6cm的圆上有一段长度为 2.5π cm的弧，则此弧所对的圆心角为（ ）.

A. 35°

B. 45°

C. 60°

D. 75°

【备注】直接利用弧长公式求出圆心角

【答案】D

【解析】 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，即 $2.5\pi = \frac{n \cdot \pi \cdot 6}{180}$ ，
 $\therefore n = 75^\circ$.

【标注】【知识点】弧、弦、圆心角关系

【知识点】弧长公式

2. 扇形面积公式

思考：对比求弧长的方法，思考一下，如何计算圆的面积？ 1° 的圆心角所对的扇形面积是多少？ n° 的圆心角呢？

【备注】（1）圆的面积公式 $S = \pi r^2$.

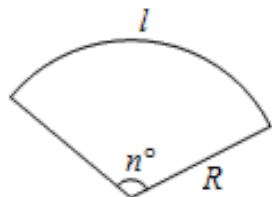
（2） 1° 的圆心角所对的扇形面积为 $\frac{\pi r^2}{360}$.

（3） n° 的圆心角所对的扇形面积为 $\frac{n\pi r^2}{360}$.

扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$.

利用扇形的弧长的计算公式有：

$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2} \times \frac{n\pi R}{180} \times R = \frac{1}{2} lR$. (l 是这个扇形的弧长)

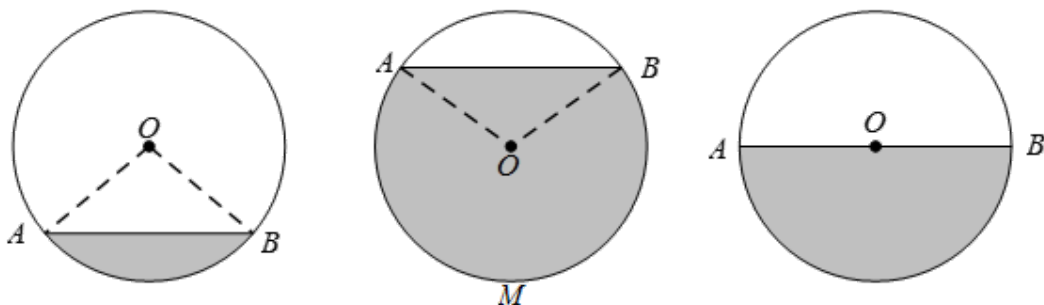


【备注】1. 扇形的面积有两个计算公式，根据题目已知条件的不同可以选择不同的公式进行计算.

2. 根据扇形面积和弧长公式，已知 $S_{\text{扇形}}$ 、 l 、 n 、 R 四个量中任意两个，都可以求出另外两个量.

3. 扇形面积公式中的 n 、 360 均不带单位.

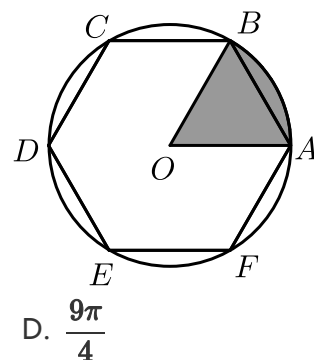
弓形面积：由弦及其所对的弧组成的图形. 弓形面积可以看做是扇形面积和三角形面积的分解或组合. 根据弧的情况不同，分下三种情况：



- ①当弓形所含的弧是劣弧时， $S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形}OAB} - S_{\triangle AOB}$ ，
 ②当弓形所含的弧是优弧时， $S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形}OAMB} + S_{\triangle AOB}$ ，
 ③当弓形所含的弧是半圆时， $S_{\text{弓形}} = \frac{1}{2} S_{\text{圆}}$ 。

栗子8

12. 如图，边长为3的正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，则扇形 OAB （图中阴影部分）的面积为（ ）。



- A. π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. 3π

D. $\frac{9\pi}{4}$

【备注】可推出正六边形中心角 $\angle AOB = 60^\circ$ ，利用扇形面积公式求出阴影部分面积

【答案】 B

【解析】 $\because$ 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，

$$\therefore \text{正六边形中心角} \angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

$$\therefore OA = OB = AB = 3,$$

$$\text{故 } S_{\text{扇形}OAB} = \frac{60}{360} \times \pi \times 3^2 = \frac{3}{2}\pi.$$

故选B。

【标注】【知识点】正多边形的中心与中心角

栗子9

13. 一个扇形的弧长是 8π ，面积是 48π ，则这个扇形的圆心角度数是（ ）.

A. 45°

B. 120°

C. 135°

D. 150°

【备注】由 $S = \frac{1}{2}lr$ 先求出扇形的半径，再利用弧长公式或扇形面积公式求出圆心角

【答案】B

【解析】 $S = \frac{1}{2}lr$.

$$48\pi = \frac{1}{2} \times 8\pi \times r.$$

$$r = 12.$$

$$l = \frac{n\pi}{180}.$$

$$8\pi = \frac{n\pi \times 12}{180}.$$

$$n = 120^\circ.$$

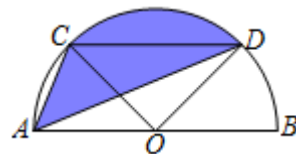
故选B.

【标注】【知识点】扇形的面积公式

【知识点】弧长公式

栗子10

14. 如图，半圆 O 的直径 $AB = 2$ ，弦 $CD \parallel AB$ ， $\angle COD = 90^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为 _____.



【备注】等积变形可得： $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle OCD}$ （同底等高），因此阴影部分面积及扇形 COD 的面积

【答案】 $\frac{\pi}{4}$

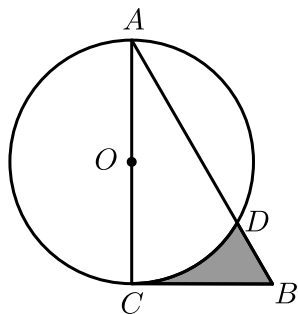
【解析】 $\because$ 弦 $CD \parallel AB$,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle OCD},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}COD} = \frac{90}{360} \times \pi \times 1 = \frac{\pi}{4}.$$

【标注】【知识点】扇形的面积公式

15. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，以直角边 AC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则图中阴影部分的面积是（ ）.



A. $\frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi$

B. $\frac{15\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\pi$

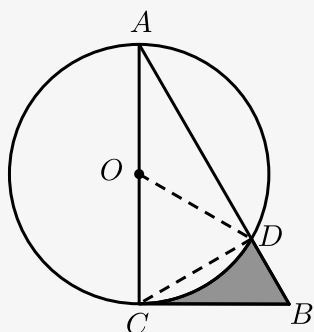
C. $\frac{7\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$

D. $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

【备注】整体减空白的思想

【答案】A

【解析】如图，连接 OD 、 CD 。



$\because AC$ 是直径，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\because \angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 60^\circ$ 。

$\because OC = OD$ ，

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形，

$\because BC$ 是切线。

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 。

$\because BC = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB = 4\sqrt{3}$ ， $AC = 6$ ，

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} - (S_{\text{扇形}OCD} - S_{\triangle OCD})$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} - \left(\frac{60\pi \times 3^2}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 \right)$$

$$= \frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi。$$

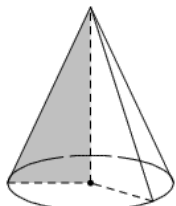
【标注】【知识点】切线的性质定理

【知识点】与圆有关的不规则图形的周长与面积计算

【能力】推理论证能力

3. 圆锥侧面积公式

圆锥相关概念

圆锥 相关定义 	定义	圆锥可看做是由一个 <u>直角</u> 三角形绕一条直角边所在的直线旋转而成的图形. 这条直线叫做圆锥的 <u>轴</u> . 垂直于轴的边旋转而成的面叫做圆锥 <u>底面</u> , 底面是一个圆面. 斜边旋转而成的面叫做圆锥的 <u>侧面</u> .
	高	从圆锥的 <u>顶点</u> 到 <u>底面</u> 的距离叫做圆锥的高.
	母线	连接圆锥的 <u>顶点</u> 和 <u>底面周长</u> 的任意一点的线段叫做圆锥的母线.

【备注】！注意：

圆锥有无数条母线.

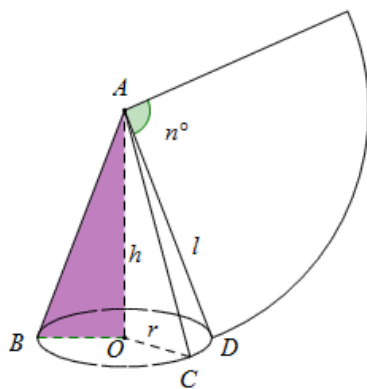
母线、高、底面半径的关系

如图所示, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕直角边 OA 所在的直线旋转一周, 得到圆锥, 底面是以 O 为圆心, OB 为半径的圆, 侧面展开图是一个扇形;

OA 是圆锥的高, OB 、 OC 、 OD 是底面半径,

AB 、 AC 、 AD 是圆锥的母线.

母线长 l 、高 h 、底面半径 r 之间满足关系: $l^2 = h^2 + r^2$.



圆锥侧面积公式

沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到圆锥的侧面展开图是一个扇形, 那么这个扇形的 半径 就是圆锥的 母线 l , 扇形的 弧长 就是圆锥的 底面周长 $2\pi r$, 因此,

①圆锥的侧面积为 $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times l = \pi rl$,

②圆锥的全面积为 $S_{\text{全}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$.

③设这个展开的扇形圆心角为 n° ，圆锥的侧面积还可以表示为 $S_{\text{侧}} = \frac{n\pi l^2}{360}$ 。

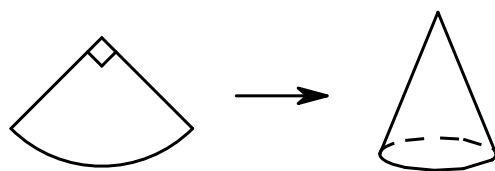
【备注】当题目中已知圆锥的母线 l 和底面圆的半径 r ，求展开以后的扇形的圆心角 n° 时，可以由圆锥的侧面积公式=展开扇形的面积公式进行推导，

$$\text{即 } \frac{n\pi l^2}{360} = \pi r l, \text{ 所以 } \frac{n}{360} = \frac{r}{l}.$$

$$\text{则三者之间的关系为: } \frac{n}{360} = \frac{r}{l}.$$

栗子11

16. 如图，现有一圆心角为 90° ，半径为8cm的扇形纸片，用它恰好围成一个圆锥的侧面（接缝忽略不计），则该圆锥底面圆的半径为（ ）。



- A. 4cm B. 3cm C. 2cm D. 1cm

【备注】扇形的弧长及为圆锥底面圆的半径

【答案】 C

【解析】 弧长： $\frac{90\pi \times 8}{180} = 4\pi$ ，
圆锥底面圆的半径： $r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$ (cm)。

【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

17. 圆锥的母线长是3，底面半径是1，则这个圆锥侧面展开图圆心角的度数为（ ）。

- A. 90° B. 120° C. 150° D. 180°

【备注】圆锥的母线及为展开图扇形的半径，圆锥底面圆的周长即为展开图扇形的弧长

【答案】 B

【解析】 圆锥侧面展开图的弧长是： 2π cm，
设圆心角的度数是 x 度。则 $\frac{x\pi \times 3}{180} = 2\pi$ ，
解得： $x = 120$ 。

【标注】【知识点】求圆锥展开图扇形的圆心角

栗子12

18. 一个圆锥的底面半径 $r = 10$ ，高 $h = 20$ ，则这个圆锥的侧面积是（ ）.

A. $200\sqrt{3}\pi$

B. $200\sqrt{5}\pi$

C. $100\sqrt{3}\pi$

D. $100\sqrt{5}\pi$

【备注】先由勾股定理求出圆锥的母线 l ，利用 $S = \pi rl$ 求出圆锥侧面积

【答案】D

【解析】这个圆锥的母线长 $= \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$ ，
这个圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 10 \times 10\sqrt{5} = 100\sqrt{5}\pi$ ，
故选D.

【标注】【知识点】求圆锥的侧面积

栗子13

19. 已知扇形的半径为10cm，圆心角为 270° ，用它做成圆锥的侧面，则圆锥的高为 _____ cm.

【备注】扇形的半径即为圆锥的母线 l ；扇形弧长即为圆锥底面圆的周长，求出圆锥底面半径后利用勾股定理求出圆锥的高

【答案】 $\frac{5\sqrt{7}}{2}$

【解析】 $l_{\text{弧长}} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{270 \times \pi \times 10}{180} = 15\pi$ ，
 $r_{\text{底}} = \frac{l_{\text{弧长}}}{2\pi} = \frac{15\pi}{2\pi} = \frac{15}{2}$ ，
设高为 h ，
 $h^2 + r_{\text{底}}^2 = R_{\text{母线}}^2$ ，
 $h = \sqrt{10^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{2}\text{cm}$.

【标注】【知识点】求圆锥的高

栗子14

20. 已知圆锥的侧面积为 $10\pi \text{ cm}^2$ ，侧面展开图的圆心角为 36° ，该圆锥的母线长为（ ）.

A. 100cm

B. $\sqrt{10}\text{cm}$

C. 10cm

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}\text{cm}$

【备注】

圆锥的母线即为展开图扇形的半径，可直接利用 $S_{\text{侧}} = \frac{n\pi r}{360}$ ，求出圆锥的母线

【答案】 C

【解析】 考查圆锥的侧面积公式： $S_{\text{侧}} = \frac{n\pi l_{\text{母}}}{360}$ ，即 $\frac{36^\circ \times \pi \times l_{\text{母}}}{360^\circ} = 10\pi$ ，解得 $l = 10$

【标注】 【知识点】 求圆锥的母线